1 טיפול בכללי יחידה:

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow 0A11 \mid 0B1 \mid 011 \\ A &\longrightarrow 0A11 \mid 0B1 \mid 011 \mid C1 \mid 2 \\ B &\longrightarrow 0A11 \mid 0B1 \mid 011 \mid C1 \mid 2 \\ C &\longrightarrow C1 \mid 2 \end{aligned}$$

מעבר לצורת חומסקי:

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow S_0Y_0 \mid S_0Y_1 \mid S_0Y_2 \\ A &\longrightarrow S_0Y_0 \mid S_0Y_1 \mid S_0Y_2 \mid CS_1 \mid 2 \\ B &\longrightarrow S_0Y_0 \mid S_0Y_1 \mid S_0Y_2 \mid CS_1 \mid 2 \\ C &\longrightarrow CS_1 \mid 2 \\ Y_0 &\longrightarrow AY_2 \\ Y_1 &\longrightarrow BS_1 \\ Y_2 &\longrightarrow S_1S_1 \\ S_0 &\longrightarrow 0 \\ S_1 &\longrightarrow 1 \end{aligned}$$

2 נפריד לשני מקרים: $k \geq l$ ו-$k \leq l$.

$$S \longrightarrow X_{k\geq l}Y_{k\geq l} \mid X_{k\leq l}Y_{k\leq l}$$

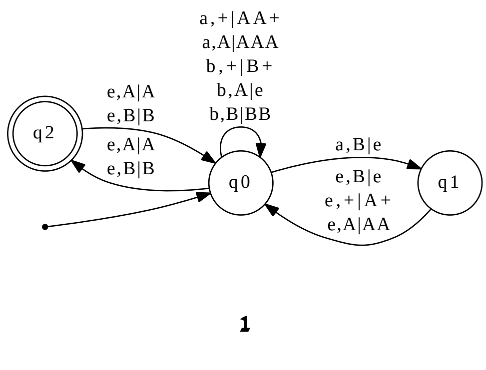
$$\begin{aligned} X_{k\geq l} &\longrightarrow aX_{k\geq l}c \mid Z_{ab} \\ Z_{ab} &\longrightarrow aZ_{ab}b \mid ab \\ Y_{k\geq l} &\longrightarrow cY_{k\geq l}d \mid cd \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_{k\leq l} &\longrightarrow aX_{k\leq l}b \mid ab \\ Y_{k\leq l} &\longrightarrow bY_{k\leq l}d \mid Y_{cd} \\ Y_{cd} &\longrightarrow cY_{cd}d \mid cd \end{aligned}$$

אם $k \leq l$ נתחיל בלהתאים $a \leftrightarrow b$ (זה קורה ב-$X_{k\leq l}$) ואז נתאים $b \leftrightarrow d$ ונסיים בהתאמת $c \leftrightarrow d$-ים (זה קורה ב-$Y_{k\leq l}$). המקרה השני דומה.

3 הרעיון באוטומט הוא לדאוג שהמחסנית תכיל את $\dashv$ כאשר $\#_b(w) = 2 \cdot \#_a(w)$. נרשה לעבור למצב מקבל q_2 כשבראש המחסנית משהו שונה מ-$\dashv$, כלומר שהתנאי הנ"ל אינו מתקיים.

המצב q_1 נועד לטפל במקרה שבראש המחסנית יש לנו BB ואנחנו קוראים a, עלינו להוציא את שניהם. אם היינו מחליפים את ה-B ב-A, אז המילה bba הייתה מתקבלת שלא כנדרש.

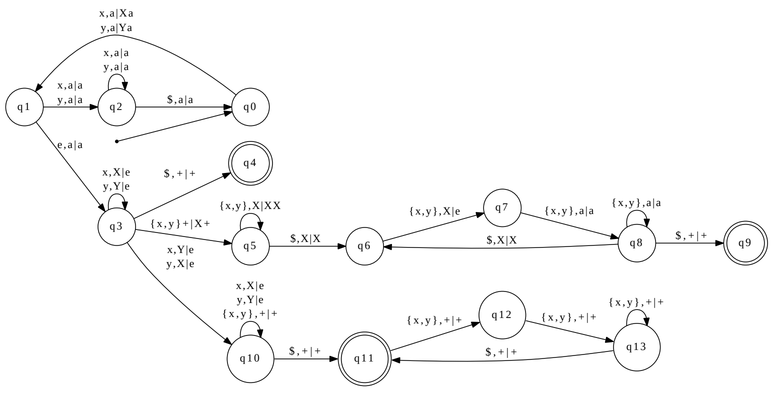


4 נסביר את בניית אוטומט המחסנית המקבל ע"י הגעה למצב מקבל: מתחילים בקריאת $x=(a+b)(a+b)^+\$$ תוך הכנסת האות הראשונה למחסנית.

ל-q_3 נגיע לאחר "ניחוש" שהגענו לאיטרציה ה-i-ית ונתחיל לקרוא אותיות בהתאם לראש המחסנית.

אם הגענו לתחתית אזי $W_i=(t_1\dots t_i)^R=t$ כלומר התנאי הראשון אינו מתקיים ולכן כדי שהניחוש יהיה מוצלח חייב להתקיים $i=n$ (ב-q_4), כלומר $|W_i|=|t|=n$ **או** שנמשיך לקרוא לטובת W_i כ-k אותיות ונסיים בקריאת x^k (ב-q_5-q_9).

אם לא הגענו לתחתית אז נעבור לטיפול במקרה הפשוט יותר ש-$W_i\neq t$ ב-q_{10}. כאן קודם כל נמשיך לקרוא עד שנראה את התחתית (כי במקרה ראשון $|W_i|\geq i$). לאחר מכן נרשה כל דבר מהצורה x ב-$q_{11}-q_{13}$.



$+=\dashv, a\in\{x,y,\dashv\}, e=\varepsilon$

5 G לא מכיל כללי ε כלומר $\varepsilon\notin L(G)$ ולכן נוכל להשתמש במשפט 7.9 כדי ליצור מ-G דקדוק חופשי הקשר בצורה הנורמלית של גרייבך שיסומן ב-$G'=<V',T,P',S>$.

כאמור G' בצורה הנורמלית של גרייבך ולכן כל כלליו הם מהצורה $A\to a\alpha$ כאשר $a\in T$ ו-α מורכבת מאפס או יותר משתנים.

נסתכל על $S\to a\alpha$ (אם קיים יותר מאחד, נטפל באחרים בצורה זהה). אם α מורכבת מאפס משתנים אז $L(G)$ מכילה ממילים באורך אחד ולכן G' היא השפה הריקה.

נניח ש-α מכילה משתנה אחד לפחות, כלומר $\alpha=X_1^1\dots X_n^1, n>0$. בגלל ש-$G'$ בצורת גרייבך קיים כלל מהצורה $X_n^1\to aX_1^2\dots X_n^2$. אם $X_n^2\to a$ אז נמחק אותו מהכלל X_n^1, אחרת $X_n^2\to aX_1^3\dots X_n^3$ ונחזור על התהליך כאשר נסתכל על X_n^3.

קיים k כלשהו שבו תהליך זה נעצר, כלומר $X_n^k\to a$ (אחרת בדקדוק קיימים אינסוף משתנים) ונשנה את הכלל X_n^{k-1} שלא יכיל את X_n^k, כלומר $X_n^{k-1}\to aX_1^k\dots X_{n-1}^k$.

נסכם את מה שעשינו: עברנו מ-G לצורה הנורמלית של גרייבך ויצרנו את G'. הסתכלנו על הכלל ההתחלתי של G' (אם קיים יותר מאחד, נטפל בכולם בצורה זהה) ועל המשתנה הכי ימני שלו. באופן רקורסיבי נגיע לכל המשתנים הכי ימניים וברגע שנגיע לכלל מהצורה $A\to a$ כאשר a טרמינלי נמחק את המופע של A מהכלל שממנו הגענו אליו.