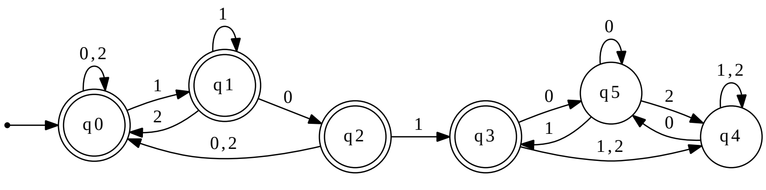
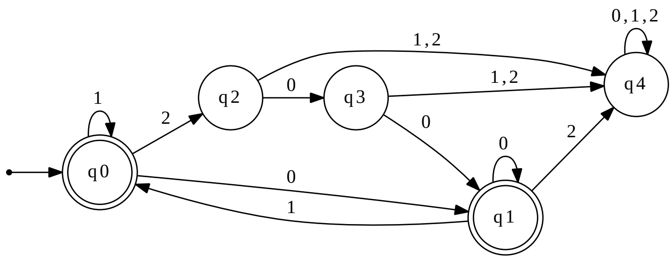
**1 א**

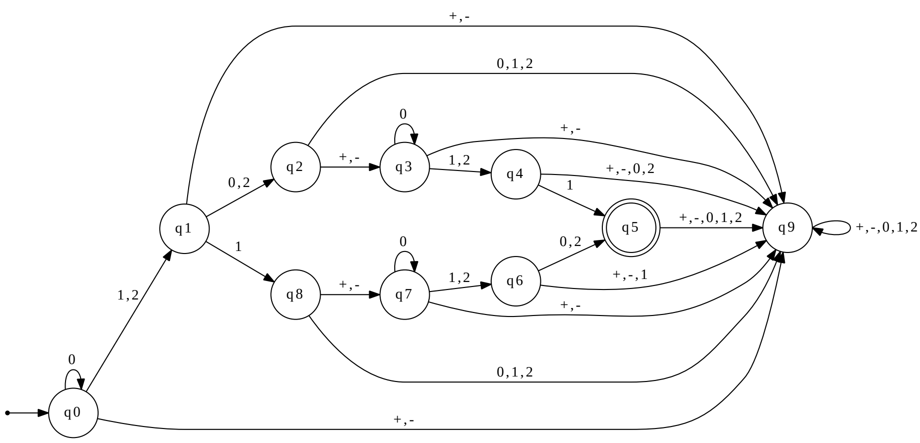



**1 ב**




**2** האוטומט מתפצל ב-$q1$ לשני דרכים: $q2$ כאשר המספר הנקלט הוא זוגי ו-$q8$ כאשר הוא אי זוגי. אם המספר הראשון זוגי אז כדי שהתוצאה תהיה אי זוגית, עלינו לקרוא מספר אי זוגי ולכן ב-$q4$ אנחנו הולכים למלכודת במקרה אם קראנו $0$ או $2$, אחרת סיימנו ב-$q5$. ב-$q6$ קורה הדבר ההפוך כי המספר הראשון הוא אי זוגי.

אחרי שהגענו ל-$q5$, המצב המקבל היחיד אז קראנו תרגיל כפי שמצוין וכל תו נוסף שנקרא מוביל למלכודת ב-$q9$.




**3 א** דוגמה ש-$L$ רגולרית: $L_1 = L_2 = \{a^n b^n | n \geq 0\}$. לפי דוגמה 2.8 בספר $L_1, L_2$ אינן רגולריות, אבל $L_1 - L_2 = \varnothing$ שלפי טענה 2.2 רגולרית.

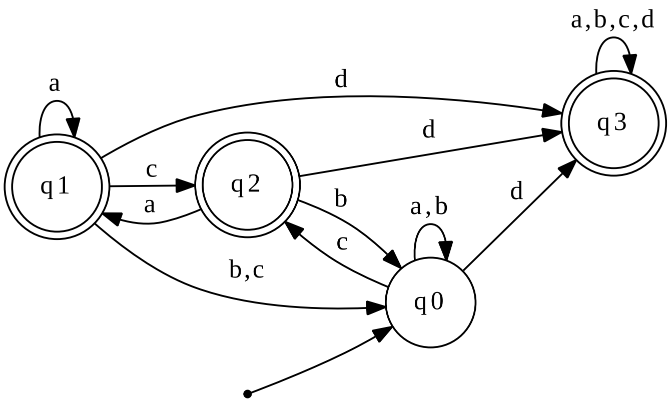
אם ניקח $L_1 = \{a^n b^n | n = 2k, k \in \mathbb{N}\}, L_2 = \{a^n b^n | n = 2k+1, k \in \mathbb{N}\}$ אז בדומה לדוגמה 2.8 נוכל להוכיח שהם לא רגולריות, אבל $L = L_1 - L_2 = L_1$ ולכן $L$ לא רגולרית.

**3 ב** $L$ רגולרי: $L_1 = \{a^n b^n | n = 2k, k \in \mathbb{N}\}, L_2 = \{a^n b^n | n = 2k+1, k \in \mathbb{N}\} \Rightarrow L = \varnothing$.
$L$ לא רגולרי: $L_1 = L_2 = \{a^n b^n | n \geq 0\} \Rightarrow L = \{a^n b^n | n \geq 0\}$.

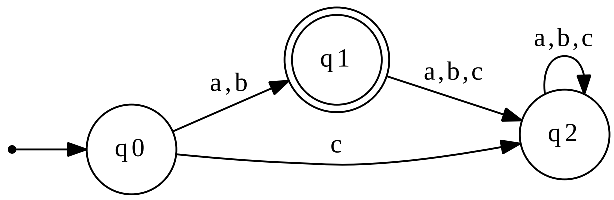
**3 ג** $L$ רגולרי: תהי $L_1$ שפה כלשהי שאינה רגולרית. אם ניקח $L_2 = \overline{L_1}$ (שגם היא אינה רגולרית כי אם נניח בשלילה שהיא כן אז לפי משפט 2.8 נקבל ש-$\overline{L_2} = \overline{\overline{L_1}} = L_1$ רגולרית וזו סתירה לבחירת $L_1$) אז $L = L_1 \cup L_2 = \Sigma$ וברור ש-$\Sigma$ רגולרית.
$L$ לא רגולרי: $L_1 = L_2 = \{a^n b^n | n \geq 0\} \Rightarrow L = \{a^n b^n | n \geq 0\}$.

**4 א** יש לשנות כל מצב מקבל ללא מקבל וכל מצב לא מקבל למקבל (כמו בהוכחת משפט 2.8).

**4 ב** נשנה את המצבים המקבלים כמו בסעיף א' ונוסיף את המצב המקבל $q3$ שאליו נעבור כשראינו $d$.




**4 ג** המילים היחידות ב-$L(A)$ שאורכן 1 הן $a, b$ לכן $L(A_3) = \{a, b\}$:



**5** יהי $A=(\Sigma,Q_A,q_0,F_A,\delta_A)$ האוטומט הנתון ונגדיר אוטומט נוסף $A'$ כך ש-$L(A')=\{aa\}$. נבנה את $B$ כאוטומט מכפלה של $A$ ו-$A'$ כאשר $F_B=F_A\times(Q_{A'}-F_{A'})$.
נראה ש-$L(B)=L(A)-L(A')$.

$$x\in L(B)$$
$$\Updownarrow$$
$$\delta_B(q_{0_B},x)\in F_B$$
$$\Updownarrow$$
$$(\delta_A(q_{0_A},x),\delta_{A'}(q_{0_{A'}},x))\in F_A\times(Q_{A'}-F_{A'})$$
$$\Updownarrow$$
$$\delta_A(q_{0_A},x)\in F_A,\ \ \delta_{A'}(q_{0_{A'}},x)\in F_{\overline{A'}}$$
$$\Updownarrow$$
$$x\in L(A)\cap L(\overline{A'})$$
$$\Updownarrow$$
$$x\in L(A)-L(A')=L(A)-\{aa\}$$